منطقة الأحمدي التعليمية	تمارين مراجعة للصف العاشر	قسم الرياضيات
ثانوية عبدالله الأحمد الصباح		

(١) أوجد حل المتباينة ١ ≤ ٣س + ٤ ≤ ٥

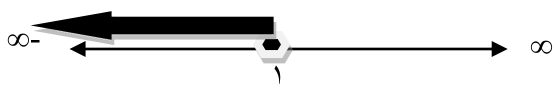
١ـ ٤ ≤٣س≤٥ـ٤ ⟸ ـ٣≤٣س≤١ ⟸ ـ١ ≤س≤ $\frac{١}{٣}$ ⟸ م٠ح= [ـ١ ، $\frac{١}{٣}$]

---

(٢) حل المتباينة التالية ومثل الحل على خط الأعداد ٣(٢س + ٥) ≤ ٢١

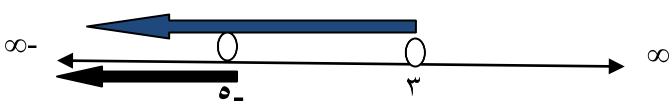
الحل : ٦س +١٥ ≤ ٢١ ⟸ ٦س≤ ٢١ـ١٥ ⟸ ٦س ≤٦ ⟸ س ≤ ١

م٠ح= (ـ∞ ، ١]



---

(٢) أوجد مجموعة الحل لكل زوج من المتباينات ومثل الحل على خط الأعداد



(أ) ٢س < ٦ و ـ ٣س > ١٥

س< ٣	**س< ـ٥**
م٠ح =(ـ∞ ، ٣)	**م٠ح = (ـ∞ ، ـ٥)**

م٠ح للمتباينتين = (ـ∞ ، ٣) ∩ (ـ∞،ـ٥) = (ـ ∞ ، ـ٥)

(ب) ٥س ≤ ١٠ أو ٤س ≥ ـ ١٢

س≤ ٢	**س ≥ ـ٣**
م٠ح=[٢ ، ∞)	**م٠ح= (ـ∞ ، ـ٣]**

م٠ح للمتباينتين = [٢،∞) ∪ (ـ∞ ، ـ٣]

أوجد مجموعة حل كل معادلة مما يلي

(أ) |٢س ــ ٥| = ٣

الحل

اما ٢س ـ٥=٣	**أو ٢س ـ٥ =ـ٣**
٢س=٣+٥	**٢س= ـ٣ +٥**
٢س=٨	**٢س= ٢**
س=٤	**س= ١**

م٠ح= {٤ ، ١}

(ب) |٣س + ٢|=|س ـ ٦|

الحل

اما ٣س+٢ = س ـ٦	**أو ٣س+٢ = ـ س +٦**
٣س ــ س = ـ ٦ ـ ٢	**٣س +س = ٦ ـ ٢**

٢س = ـ ٨ ⟸ س = ـ ٤   ٤س = ٤ ⟸ س = ١   م٠ح = {ـ ٤ ، ١}

(جـ) |٣س + ٢| = س ـ ٦

شرط الحل
س ـ ٦ ≥ ٠
س ≥ ٦
س ∈ [٦ ، ∞)

الحل

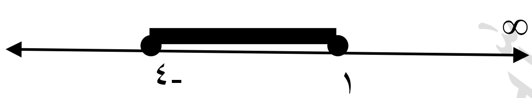
أما ٣ س + ٢ = س ـ ٦ | أو ٣س + ٢ = ـ س + ٦
٣س ـ س = ـ ٦ ـ ٢ | ٣س + س = ٦ ـ ٢
٢س = ـ ٨ | ٤س = ٤
س = ـ ٤ ∉ [٦ ، ∞) | س = ١ ∉ [٦ ، ∞)

م ٠ ح = ϕ

(٤) أوجد مجموعة الحل لكل متباينة مما يلي ثم مثل الحل على خط الأعداد

(أ) |٢س + ٣| ≤ ٥   الحل

ـ٥ ≤ س + ٣ ≤ ٥
ـ ٥ ـ ٣ ≤ ٢س ≤ ٥ ـ ٣
ـ٨ ≤ ٢س ≤ ٢   بالقسمة على ٢
ـ ٤ ≤ س ≤ ١   م٠ح = [ـ ٤ ، ١]



(ب) |٣س ـ ٦| + ٣ > ١٥

الحل

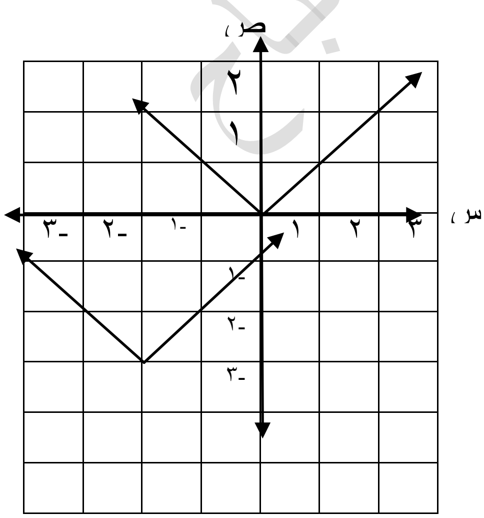
|٣س ـ ٦| > ١٥ ـ ٣ |٣ س ـ ٦| > ١٢
أما ٣س ـ ٦ > ١٢ | أو ٣ س ـ ٦ < ـ ١٢
٣س > ١٢ + ٦ | ٣ س < ـ ١٢ + ٦
س > ٦ | ٣س < ـ ٦ ⟸ س < ـ ٢

م٠ح = ((٦ ، ∞) Ů (ـ∞ ، ـ ٢)

(٥) باستخدام دالة المرجع مثل بيانيا الدالة ص = |س + ٢| ـ ٣

الحل

دالة المرجع هي ص = |س| نرسم دالة المرجع
الدالة الناتجة تنتج بإزاحة دالة المرجع وحدتين يسار
و٣وحدات لأسفل



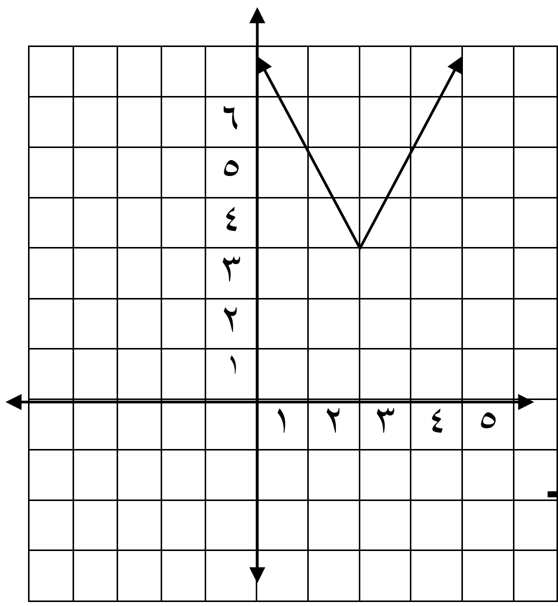
(٦) اكتب الدالة ص= |٢س ـ ٤| + ٣ دون استخدام رمز المطلق ثم مثلها بيانيا $\boxed{\text{الحل}}$

ص = { ٢س ـ ٤ + ٣ ، س ≥ ٢
ـ٢ س + ٤ + ٣ ، س < ٢ }

ص = { ٢س ـ ١ ، س ≥ ٢
ـ٢س + ٧ ، س < ٢ }

الراس (٢ ، ٣)

س	٠	١	٢	٣	٤
	٧	٥	٣	٥	٧



الأسئلة الموضوعية :ـ اختر الإجابة الصحيحة

(١) س عدد حقيقي أكبرمن أويساوي ـ ١ وأصغر من ٣

(أ) ـ ١ < س ≤ ٣ (ب) ـ ١ < س < ٣ (ج) ـ ١ ≤ س ≤ ٣ (●) ـ ١ ≤ س < ٣

(٢) (١,٣ + ٢)^{٢} ـ ($\frac{٢}{٣}$ ـ $\frac{١}{٢}$)^{٣} =

(أ) ١٠,٣٢ (●) ١٠,٨٥ (ج) ١٠,٠١ (د) ١٠,٠٤

(٣) ٠,٨ ☐ $\frac{٤}{٥}$

(أ) < (ب) ≥ (●) = (د) ≤

(٤)الدالة التي لا يمر بيانها بالنقطة (٠ ، ٣) هي

(أ) ص = |س + ٣| (ب) ص= |س ـ ٣| (●) ص= |س ـ ٣| + ٣ (د) ص = |س| +٣

(٥)العدد الغير نسبي فيما يلي هو

(أ) ١,٢ (ب) $\sqrt{\frac{٤}{٢٥}}$ (جـ) $\frac{٣}{٤}$ (●) $\sqrt{\frac{٣}{٤}}$

(٧) (أ) أوجد مجموعة حل النظام

٢س +٣ص = ١١
- ٢س +٤ص = ١٠ بالجمع

٧ص = ٢١ ⇐ ص= ٣ نعوض
بالأولى ٢ س + ٣×٣ = ١١ ⇐ ٢س = ١١ – ٩ ⇐ ٢س =٢
س = ١ ⇐ م ٠ ح = { (١ ، ٣) }

(ب) أوجد مجموعة حل النظام

٢س + ص = ٥
- س + ص = - ١ بضرب الثانية × -١

٢س + ص = ٥
س – ص = ١ بالجمع

٣س = ٦ ⇐ س = ٢ نعوض بالأولى ٢×٢ + ص = ٥
٤ + ص = ٥ ⇐ ص = ٥ – ٤ =١
م٠ح = {(٢ ، ١)}

---

(٨)باستخدام القانون أوجد مجموعة حل المعادلة س^{٢} – ٦س +٥ =٠

الحل

أ = ١ ، ب = -٦ ، جـ = ٥

المميز = ب^{٢} – ٤× أ × جـ = (-٦)^{٢} - ٤× ١ × ٥ =١٦ > ٠ المعادلة لها جذران حقيقيان مختلفان

القانون س = $\frac{- ب \pm \sqrt{المميز}}{٢\times أ} = \frac{٦ \pm \sqrt{١٦}}{٢\times}$

س = $\frac{٦ + \sqrt{١٦}}{٢\times ١}$ = ٥ ، س = $\frac{٦ - \sqrt{١٦}}{٢\times ١}$ =١

م ٠ ح = { ٥ ، ١}

(٩) اوجد مجموعة حل المعادلة س(س – ٢) = ٧ باستخدام القانون

$\boxed{\text{الحل}}$

س^{٢} – ٢س ـ٧ = ٠

أ =١ ، ب = ـ٢ ، جـ = ـ٧

المميز = ب^{٢} – ٤ × أ × جـ = (ـ٢)^{٢} ـ٤ × ١ × ـ٧ = ٣٢ > ٠ المعادلة لها جذران حقيقيان مختلفان

القانون س = $\frac{\text{ـ ب} \pm \sqrt{\text{المميز}}}{\text{٢} \times \text{أ}}$ = $\frac{\text{٢} \pm \sqrt{\text{٣٢}}}{\text{٢} \times \text{١}}$

س = $\frac{\text{٢} + \sqrt{\text{٣٢}}}{\text{٢} \times \text{١}}$ = ١ + ٢$\sqrt{\text{٢}}$ ، س = $\frac{\text{٢} - \sqrt{\text{٣٢}}}{\text{٢} \times \text{١}}$ = ١ـ ٢ $\sqrt{\text{٢}}$

م ٠ح = { ١ + ٢ $\sqrt{\text{٢}}$ ، ١ – ٢ $\sqrt{\text{٢}}$ }

---

(١٠) أوجد مجموع وحاصل ضرب الجذرين للمعادلة ٢س^{٢} + ٣س – ١ =٠

$\boxed{\text{الحل}}$ أ= ٢ ، ب = ٣ ، جـ = ـ ١ نفرض الجذرين هما ل ، م

مجموع الجذرين (ل+ م) = $\frac{\text{ـ ب}}{\text{أ}}$ = $\frac{\text{ـ ٣}}{\text{٢}}$ ،

ناتج ضرب الجذرين ل×م = $\frac{\text{جـ}}{\text{أ}}$ = ـ$\frac{\text{١}}{\text{٢}}$

---

(١١) كون المعادلة التي جذراها ـ ٣ ، ٥

$\boxed{\text{الحل}}$

مجموع الجذرين (ل + م) = ـ ٣ + ٥ = ٢،

ناتج ضرب الجذرين ل×م = ـ٣× ٥ = ـ ١٥

المعادلة هي س^{٢} – (مجموع الجذرين) س + (ضرب الجذرين)= ٠

س^{٢} – ٢س – ١٥ = ٠

(١٢) اذا كان جذرا المعادلة س^{٢} – ٥س + ٦=٠ هما ل ، م كون المعادلة التي جذراها ٢ل ، ٢م

الحل

أ= ١ ، ب = -٥ ، جـ = ٦ نفرض جذر المعادلة المعطاة هما ل ،م

مجموع جذريها (ل+م) = ٥ ، ضرب الجذرين (ل×م) = ٦

المعادلة المطلوبة (مجموع جذريها)= ٢ل + ٢م = ٢(ل + م) = ٢×٥ = ١٠

ناتج ضرب جذريها= ٢ل× ٢م = ٤ × ل×م = ٤ × ٦ = ٢٤

المعادلة المطلوبة هي س^{٢} – (مجموع الجذرين)س + (ضرب الجذرين) =٠

س^{٢} –(١٠) س +٢٤ =٠

س^{٢} -١٠س +٢٤=٠

(الوحدة الثانية)

(١٣) دائرة طول نصف قطرها ٦سم أوجد القياس الستيني للزاوية التي تحصر قوسا طوله ٣سم

الحل

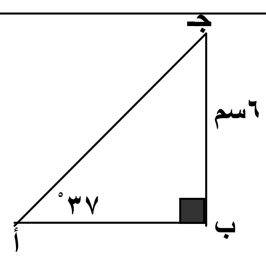
طول القوس ل = ٣ سم ، نق = ٦سم

$\text{هـ}^{\text{د}} = \frac{\text{ل}}{\text{نق}} = \frac{٣}{٦} = ٠,٥ \Leftarrow \frac{\text{هـ}^{\text{د}}}{\pi} = \frac{\text{س}}{١٨٠^\circ}$

$\text{سْ} = \frac{\text{هـ}^{\text{د}} \times ١٨٠}{\pi} = \frac{٠,٥ \times ١٨٠}{\pi} = ٢٨,٦٥^\circ$

---

(١٤) من الشكل المقابل أوجد أجـ ، ب أ ، جاأ ، ظا جـ ومقلوبا تهم



الحل

$\text{جا أ} = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} \Leftarrow \text{جا}٣٧^\circ = \frac{٦}{\text{أجـ}}$

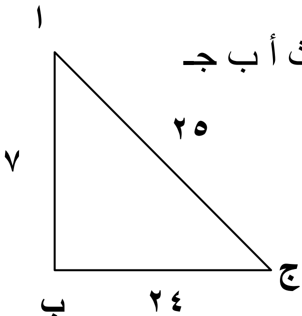
$\text{أجـ} = \frac{٦}{\text{جا}٣٧} \approx ١٠$ سم

$\text{ظا أ} = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} \Leftarrow \text{ظا}٣٧ = \frac{٦}{\text{ب أ}} \Leftarrow \text{ب أ} = \frac{٦}{\text{ظا}٣٧} \approx ٨$ سم

$\text{جا أ} = \frac{٦}{١٠} = \frac{٣}{٥}$ مقلوبها $\text{قتا أ} = \frac{٥}{٣}$

$\text{ظا جـ} = \frac{٨}{٦} = \frac{٤}{٣}$ مقلوبها $\text{ظتا جـ} = \frac{٦}{٨} = \frac{٣}{٤}$

(١٥) أ ب جـ مثلث فيه أب = ٧سم ، ب جـ = ٢٤سم ، أ جـ = ٢٥سم أثبت أن المثلث أ ب جـ قائم ثم أوجد ق($\hat{أ}$) ، ق($\hat{جـ}$)



$\boxed{\text{الحل}}$

أكبر ضلع أج = ٢٤سم   (أ ج)^{٢} = (٢٥)^{٢} = ٦٢٥

(أب)^{٢} + (ب ج)^{٢} = (٧)^{٢} + (٢٤)^{٢} = ٦٢٥

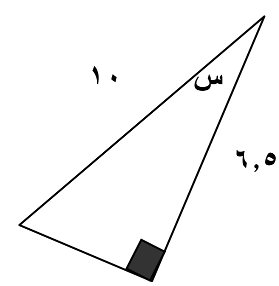
(أ ج)^{٢} = (أ ب) + (ب ج)^{٢} المثلث قائم عند ب

جا أ = $\frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}}$ ⟸ جا أ = $\frac{٢٤}{٢٥}$ ⟸ ق($\hat{أ}$) = ٧و٧٣°

ق($\hat{ج}$) = ١٨٠ – (٩٠ + ٧و٧٣°) = ٣و١٦°

---

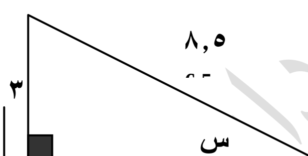
(١٦) أوجد قيمة سْ لأقرب درجة



جتاس = $\frac{٦و٥}{١٠}$ = ٠،٦٥

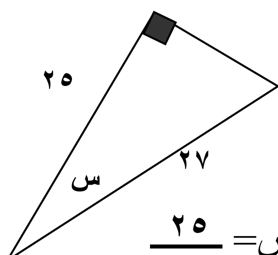
٢٢°

ق($\hat{س}$) =جتا$^{-١}$ $\frac{٦و٥}{١٠}$ ≈ ٥٠°



جاس = $\frac{٣}{٨،٥}$

ق($\hat{س}$) = جا$^{-١}$ $\frac{٣}{٨،٥}$ ≈٢١°

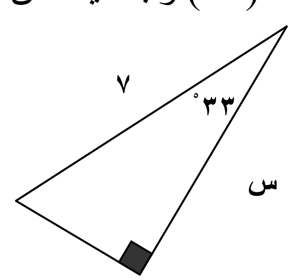


جتاس= $\frac{٢٥}{٢٧}$

ق ($\hat{س}$)=جتا$^{-١}$ $\frac{٢٥}{٢٧}$ ≈

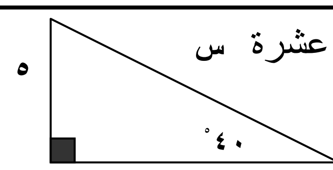
---

(١٧)أوجد قيمة س لأقرب جزء من عشرة س



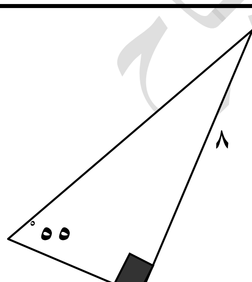
جتا ٣٣ = $\frac{س}{٧}$

س = ٧ × جتا ٣٣ =٥،٨سم



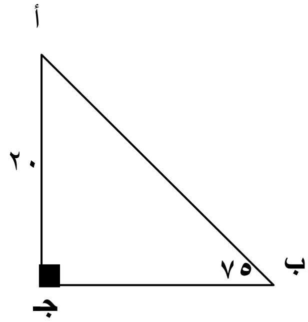
جا ٤٠ = $\frac{٥}{س}$

س = $\frac{٥}{\text{جا٤٠}}$ = ٧،٧سم



ظا ٥٥ = $\frac{٨}{س}$

س = $\frac{٨}{\text{ظا٥٥}}$ = ٥،٦سم



(١٨) حل المثلث أب جـ القائم في جـ حيث أجـ = ٢٠سم ، ق(ب) = ٧٥°

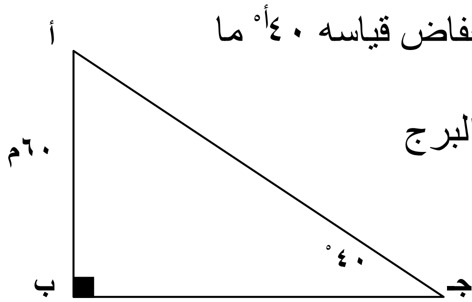
الحل

حل المثلث هو إيجاد العناصر المجهولة بالمثلث

ق(أ)= ١٨٠ – (٩٠ + ٧٥) = ١٥°

جا ٧٥ = ٢٠ / أ ب ⟸ أ ب = ٢٠ / جا٧٥ = ٧و٢٠ سم

ظا ٧٥ = ٢٠ / ب جـ ⟸ ب ج = ٢٠ / ظا٧٥ = ٤و٤ سم



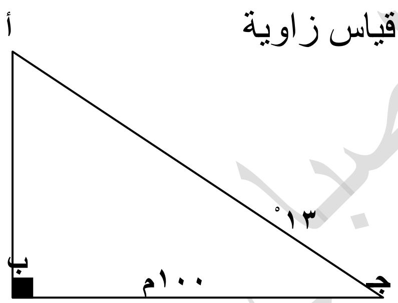
(١٩) يقف مراقب فوق برج ارتفاعه ٦٠ مترا شاهد حريقا بزاوية انخفاض قياسه ٤٠° ما المسافة بين قاعدة برج المراقبة وموقع الحريق

الحل:ـ نفرض ارتفاع البرج هو أ ب ، ج موقع الحريق ، ب قاعدة البرج

المطلوب ب ج

ظا ٤٠ = مقابل / مجاور ⟸ ظا ٤٠ = ٦٠ / ب جـ

بعد موقع الحريق عن قاعدة البرج ب جـ = ٦٠ / ظا ٤٠ = ٥و٧١ م



(٢٠) من نقطة على سطح الأرض تبعد ١٠٠متر عن قاعدة مئذنة وجد أن قياس زاوية ارتفاع المئذنة ١٣° أوجد ارتفاع المئذنة عن سطح الأرض

الحل نفرض المئذنة أ ب

ظا ١٣ = أ ب / ١٠٠ ⟸ أ ب = ١٠٠× ظا١٣ = ٢٣ م

---

(٢١) أوجد مساحة القطاع الدائري الذي طول نصف قطر دائرته ١٠سم وطول قوسه ٤سم

الحل

مساحة القطاع = ½ ل × نق = ½ × ٤ × ١٠ = ٢٠ سم²

(٢٢) أحسب مساحة القطاع الدائري الذي طول نصف قطر دائرته ١٠سم وقياس الزاوية التي تقابل قوسه ٣,٢ ^{د} الحل

مساحة القطاع الدائري = $\frac{١}{٢}$ × هـ^{د} × نق^{٢} = $\frac{١}{٢}$ × ٢و٣ × (١٠) ^{٢} = ١٦٠ سم^{٢}

---

(٢٣) اوجد مساحة القطعة الدائرية التي طول نصف قطر دائرتها ٦سم وتقابل زاوية قياسها ٧٠° $\boxed{\text{الحل}}$

مساحة القطعة الدائرية= $\frac{١}{٢}$ × نق^{٢} (هـ^{د} – جا هـ^{د})

مساحة القطعة الدائرية= $\frac{١}{٢}$ ×(٦)^{٢} (٢و١ – جا ٢و١^{د})= ٥٠٠و٥سم^{٢}

نوجد القياس الدائري للزاوية ٧٠°

هـ^{د} = $\frac{\text{س} \times \pi}{١٨٠}$

هـ^{د} = $\frac{٧٠ \times \pi}{١٨٠}$ = ٢و١ ^{د}

ملحوظة

تحول الآلة للقياس الدائري

---

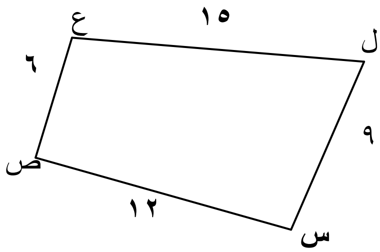
(٢٤) اوجد مساحة القطعة الدائرية التي طول نصف قطر دائرتها ٦سم وتقابل زاوية قياسها ٢,٤ ^{د} $\boxed{\text{الحل}}$

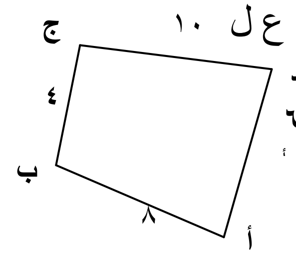
مساحة القطعة الدائرية= $\frac{١}{٢}$ × نق^{٢} (هـ^{د} – جا هـ^{د})

مساحة القطعة الدائرية= $\frac{١}{٢}$ × (٦)^{٢} (٤و٢ – جا ٤و٢ ^{د}) =٤٠و٣١سم^{٢}

الوحدة الرابعة (التشابه في المثلثات)

(١) أثبت أن الشكل أب جـ د~ الشكل س ص ع ل





الحل

∵ $\frac{\text{أ ب}}{\text{س ص}} = \frac{٨}{١٢} = \frac{٢}{٣}$

∵ $\frac{\text{ب جـ}}{\text{ص ع}} = \frac{٤}{٦} = \frac{٢}{٣}$

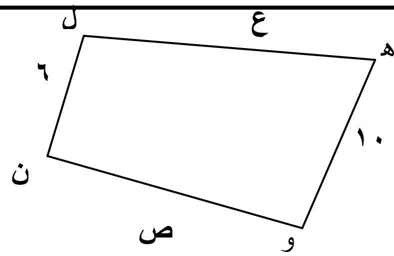
∵ $\frac{\text{جـ د}}{\text{ع ل}} = \frac{١٠}{١٥} = \frac{٢}{٣}$

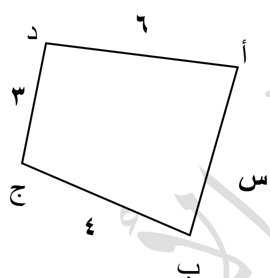
∵ $\frac{\text{أ د}}{\text{س ل}} = \frac{٦}{٩} = \frac{٢}{٣}$ ∴ $\frac{\text{أ ب}}{\text{س ص}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{ص ع}} = \frac{\text{جـ د}}{\text{ع ل}} = \frac{\text{أ د}}{\text{س ل}}$

∴ الشكل أ ب جـ د ~ الشكل س ص ع ل

---

(٢)المضلع أ ب ج د ~ المضلع هـ و ن ل أوجد س ، ص ،ع





الحل

∵ المضلع أ ب ج د ~ المضلع هـ و ن ل

∴ $\frac{\text{أ ب}}{\text{هـ و}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{ون}} = \frac{\text{ج د}}{\text{ن ل}} = \frac{\text{أ د}}{\text{هـ ل}}$

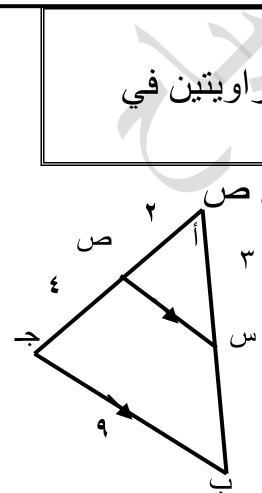
∴ $\frac{\text{س}}{١٠} = \frac{٤}{\text{ص}} = \frac{٣}{٦} = \frac{٦}{\text{ع}}$

∴ س= $\frac{١٠\times٣}{٦}$ = ٥ ، ص= $\frac{٤\times٦}{٣}$ = ٨ ، ع = $\frac{٦\times٦}{٣}$ = ١٢

تشابه المثلثات :-

نظرية(١) يتشابه المثلثان اذا تطابقت زاويتان في أحد المثلثين مع زاويتين في المثلث الاخر

(٣) من الشكل أثبت أن المثلث أ س ص ~ أ ب جـ وأوجد أب ، س ص



الحل

المثلث أ س ص ، المثلث أ ب ج

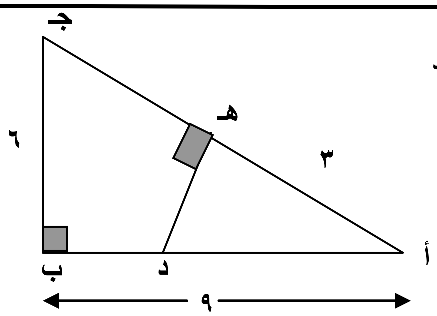
فيهما ($\hat{\text{أ}}$) مشتركة

ق($\hat{\text{ب}}$) =ق(أ $\hat{\text{س}}$ ص) بالتناظر والتوازي

المثلث أس ص ~ المثلث أ ب ج

$$\therefore \frac{\text{أس}}{\text{أب}} = \frac{\text{أص}}{\text{أج}} = \frac{\text{س ص}}{\text{ب ج}} \Leftarrow \frac{٣}{\text{أ ب}} = \frac{٢}{٦} = \frac{\text{س ص}}{٩}$$

$$\therefore \text{أ ب} = \frac{٣\times٦}{٢} = ٩ \text{ سم} \quad ، \quad \text{س ص} = \frac{٢\times٩}{٦} = ٣ \text{ سم}$$



(٤) من الشكل أثبت تشابه المثلثين أب ج ، أ هـ د ، أوجد هـ جـ ، هـ د

الحل المثلث أ ب ج ، المثلث أ هـ د

فيهما $\left\{ \begin{array}{l} (\hat{\text{أ}}) \text{ مشتركة} \\ \text{ق}(\hat{\text{ب}}) = \text{ق}(\widehat{\text{أهـد}}) = ٩٠^\circ \end{array} \right.$

المثلث أ ب ج ~ المثلث أ هـ د

$$\therefore \frac{\text{أ ب}}{\text{أ هـ}} = \frac{\text{ب ج}}{\text{هـ د}} = \frac{\text{أ ج}}{\text{أد}}$$

$$\frac{٩}{٣} = \frac{٦}{\text{هـ د}} = \frac{١٠،٨}{\text{أ د}}$$

$$\text{هـ د} = \frac{٣\times٦}{٩} = ٢ \text{ سم} \quad ، \quad \text{هـ ج} = ١٠،٨ - ٣ = ٧،٨ \text{سم}$$

المثلث أ ب ج قائم عند ب

$(\text{أ ج})^٢ = (\text{أ ب})^٢ + (\text{ب ج})^٢$

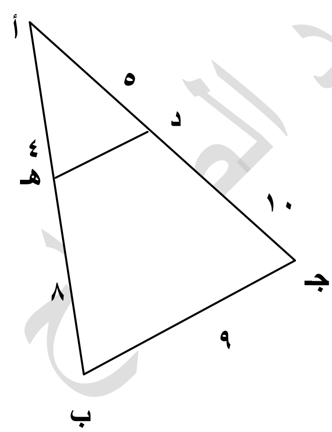
$(\text{أ ج})^٢ = (٩)^٢ + (٦)^٢ = ١١٧$

$\text{أ ج} = \sqrt{١١٧} \approx ١٠،٨$

نظرية (٢) يتشابه المثلثان اذا تناسبت أطوال الأضلاع المتناظرة فيهما

(٥) من الشكل أثبت تشابه المثلثين أب ج ، أ هـ د

الحل المثلث أ ب ج ، المثلث أهـ د

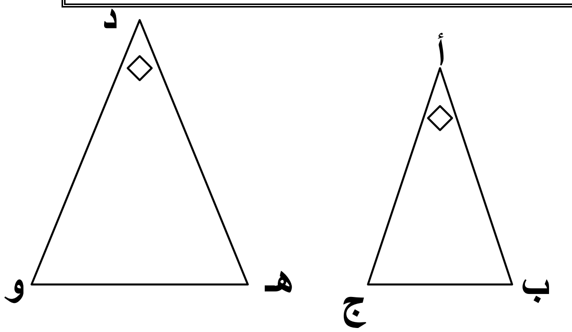


فيهما $\left\{ \begin{array}{l} \frac{\text{أ ب}}{\text{أ هـ}} = \frac{١٢}{٤} = ٣ \\ \frac{\text{ب ج}}{\text{هـ د}} = \frac{٩}{٣} = ٣ \\ \frac{\text{أ ج}}{\text{أ د}} = \frac{١٥}{٥} = ٣ \end{array} \right.$

$$\therefore \frac{\text{أ ب}}{\text{أ هـ}} = \frac{\text{ب ج}}{\text{هـ د}} = \frac{\text{أ ج}}{\text{أ د}} = ٣$$

$\therefore$ المثلثان متشابهان

نظرية (٣) يتشابه المثلثان إذا تطابقت زاوية في أحدهما مع زاوية في المثلث الآخر، وتناسب طولا الضلعين المحددين لهاتين الزاويتين ٠



△ أ ب ج ، △ د هـ و فيهما

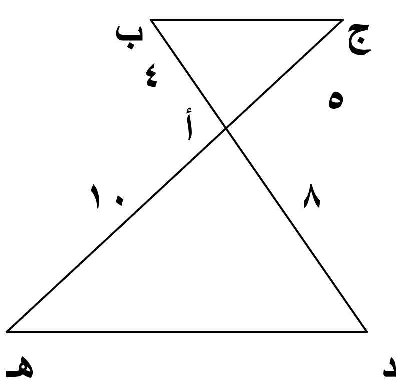
(١) ق ($\hat{\text{أ}}$) = ق ($\hat{\text{د}}$)

(٢) $\frac{\text{أ ب}}{\text{د هـ}} = \frac{\text{أ ج}}{\text{دو}}$

∴ △ أ ب ج ∼ △ د هـ و

---

(١) في الشكل المقابل أثبت أن المثلثين أ ب جـ ،أدهـ متشابهان



الحل المثلث أ ب جـ ، المثلث أ د هـ

فيهما

ق(ج $\hat{\text{أ}}$ ب) = ق (هـ $\hat{\text{أ}}$ د) بالتقابل بالرأس

$\frac{\text{أ ب}}{\text{أ د}} = \frac{\text{أ ج}}{\text{أ هـ}} = \frac{١}{٢}$

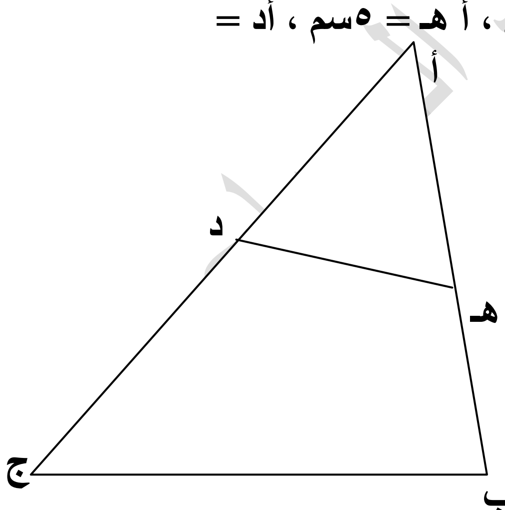
∴ المثلثان متشابهان

---

(٣)في الشكل المقابل أ ب = ١٢ سم ، أ ج = ١٥ سم ، أ هـ = ٥سم ، أد = ٤سم

هـ د = ٣سم

أثبت أن المثلثان أدهـ ، أب جـ متشابهان وأوجد ب جـ



الحل **المثلث أ دهـ ، المثلث أ ب ج**

فيهما

($\hat{\text{أ}}$) مشتركة

$\frac{\text{أ د}}{\text{أ ب}} = \frac{٤}{١٢} = \frac{١}{٣}$

$\frac{\text{أهـ}}{\text{أ ج}} = \frac{٥}{١٥} = \frac{١}{٣}$

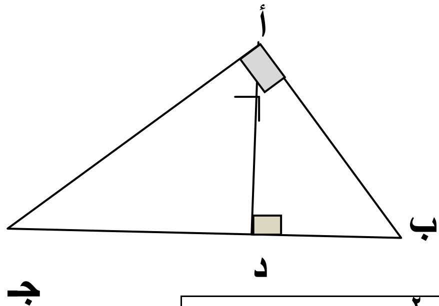
المثلثان متشابهان ، $\frac{\text{هـ د}}{\text{ب ج}} = \frac{١}{٣}$ $\qquad$ $\frac{٣}{\text{ب ج}} = \frac{١}{٣}$

ب ج = ٩ سم

التشابه في المثلثات القائمة

نظرية (١) العمود المرسوم من رأس القائمة علي الوتر في مثلث قائم الزاوية يقسم المثلث الى مثلثين متشابهين وكل منهما يشابه المثلث الأصلي

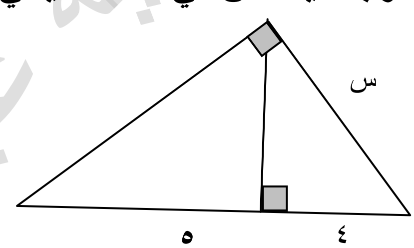
المثلث أب جـ ~ المثلث د ب أ ~ المثلث د أ جـ



نتيجة (١) مربع طول العمود المرسوم من رأس القائمة على الوتر في مثلث قائم الزاوية يساوي ناتج ضرب طولي القطعتين المستقيمتين اللتين ينقسم إليهما الوتر بهذا العمود

(أ د)^{٢} = ب د × جـ د ، (أ ب)^{٢} = ب د × ب جـ ، (أ جـ)^{٢} = جـ د × جـ ب

(١) أوجد قيمة س في كلا مما يأتي

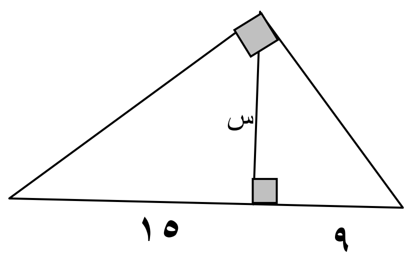


الحل

س^{٢} = ٤ × ٩ = ٣٦

س = ٦ سم

(٢)

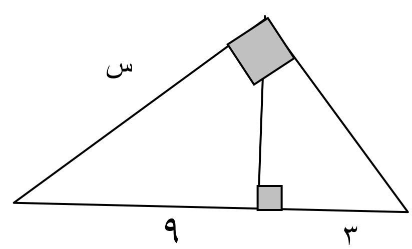


الحل

س^{٢} = ٩ × ١٥ = ١٣٥

س = $\sqrt{١٣٥}$ ≈ ١١،٦سم

(٣)

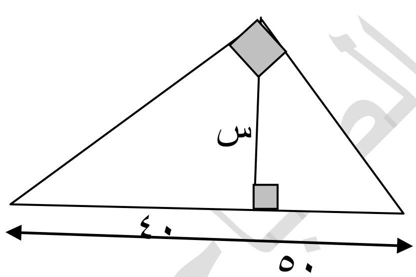


الحل

س^{٢} = ٩× ١٢ = ١٠٨

س = $\sqrt{١٠٨}$ ≈ ١٠،٤سم

(٤)



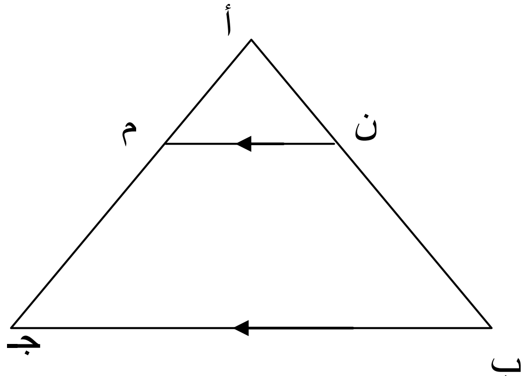
الحل

س^{٢} = ١٠ × ٤٠ = ٤٠٠

س = ٢٠ سم

التناسبات والمثلثات المتشابهة

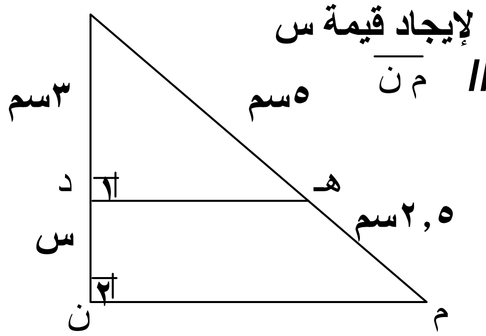
نظرية (١) إذا وازى مستقيم أحد أضلاع مثلث وقطع ضلعيه الآخرين فإنه يقسم هذين الضلعين إلى أجزاء أطوالها متناسبة



∵ $\overline{\text{ن م}}$ // $\overline{\text{ب ج}}$

∴ $\frac{\text{أن}}{\text{ن ب}} = \frac{\text{أ م}}{\text{م جـ}}$

(١) في الشكل المقابل أستخدم نظرية المستقيم الموازي لإيجاد قيمة س

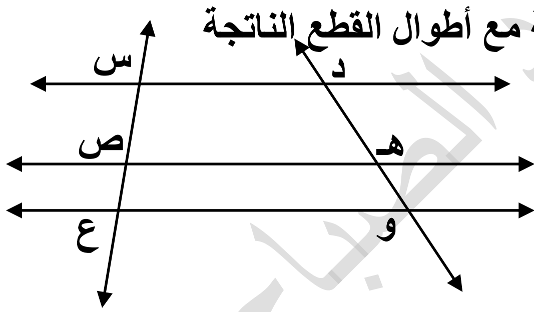


الحل ق (١) =ق(٢) وهما في وضع تناظر ∴ $\overline{\text{هـ د}}$ // $\overline{\text{م ن}}$

$\frac{٣}{\text{س}} = \frac{٥}{٢،٥}$

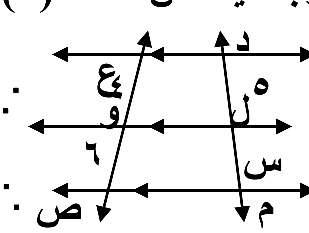
س $= \frac{٣ \times ٢،٥}{٥} =$ ١،٥سم

نظرية (٢) (نظرية طاليس) إذا قطع مستقيمان ثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر فإن أطوال القطع المستقيمة الناتجة على أحد القاطعين تكون متناسبة مع أطوال القطع الناتجة على القاطع الآخر ∵ $\overleftrightarrow{\text{دس}}$ // $\overleftrightarrow{\text{هـ ص}}$ // $\overleftrightarrow{\text{وع}}$



∴ $\frac{\text{د هـ}}{\text{هـ و}} = \frac{\text{س ص}}{\text{ص ع}}$

أوجد قيمة س (١)



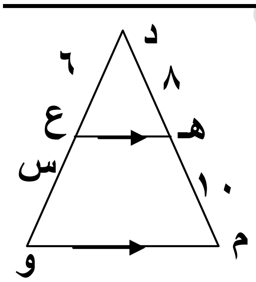
الحل

∵ $\overleftrightarrow{\text{د ع}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ل و}}$ // $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$

∴ $\frac{\text{د ل}}{\text{ل م}} = \frac{\text{ع و}}{\text{و ص}}$

$\frac{٥}{\text{س}} = \frac{٤}{٦}$ ⇦ س $= \frac{٥ \times ٦}{٤} =$ ٧،٥سم

(٢) الحل



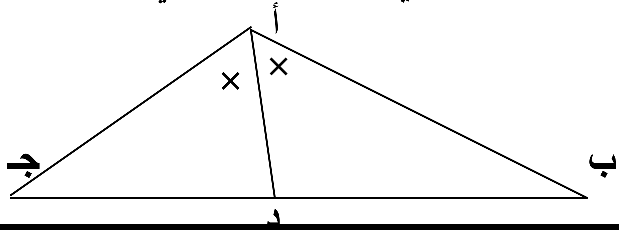
∵ $\overline{\text{هـ ع}}$ // $\overline{\text{م و}}$

∴ $\frac{٦}{\text{س}} = \frac{٨}{١٠}$

س $= \frac{١٠ \times ٦}{٨} =$ ٧،٥سم

نظرية منصف الزاوية في مثلث

نظرية (٣) إذا نصفت زاوية رأس مثلث أو الزاوية الخارجة للمثلث عند هذا الرأس ، قسم المنصف قاعدة المثلث من الداخل أو الخارج إلى جزئيين النسبة بين طوليهما تساوي النسبة بين طولي الضلعين الآخرين للمثلث

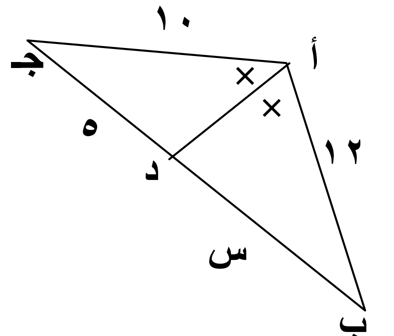


∵ $\overline{\text{د أ}}$ ينصف $(\hat{\text{أ}})$

∴ $\dfrac{\text{ب أ}}{\text{أ جـ}} = \dfrac{\text{ب د}}{\text{د جـ}}$

---

(١) أوجد قيمة س في الشكل المقابل

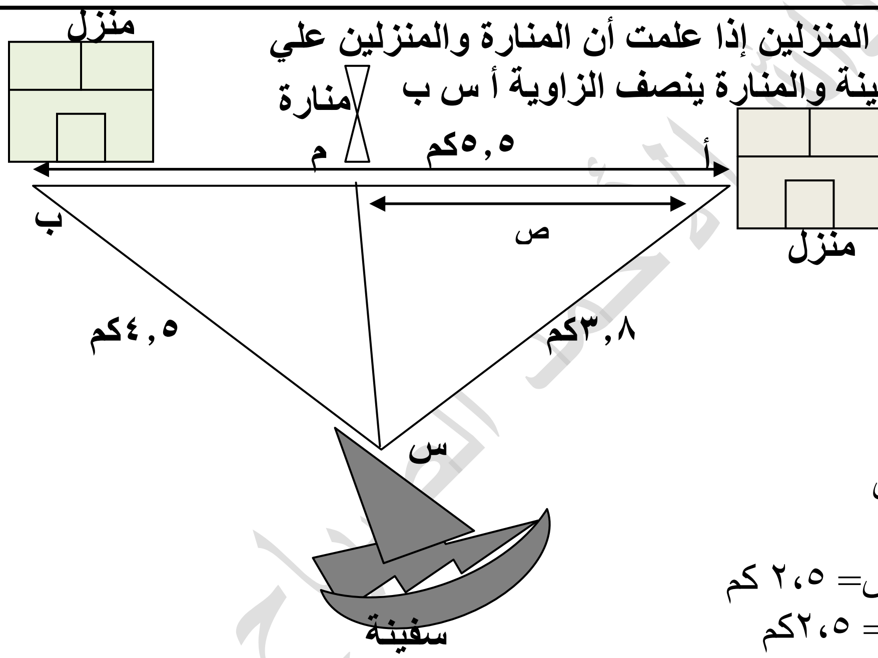


$\boxed{\text{الحل}}$ أ د ينصف $(\hat{\text{أ}})$ ∵ $\dfrac{\text{ب أ}}{\text{أ جـ}} = \dfrac{\text{ب د}}{\text{د جـ}}$

∴ $\dfrac{١٢}{١٠} = \dfrac{\text{س}}{٥}$ ⟸ س $= \dfrac{١٢ \times ٥}{١٠} =$ ٦سم

---

(٢) أوجد المسافة بين المنارة وكل من المنزلين إذا علمت أن المنارة والمنزلين علي استقامة واحدة وأن المستقيم المار بالسفينة والمنارة ينصف الزاوية أ س ب



$\boxed{\text{الحل}}$ نفرض أم = ص

$\dfrac{\text{أ س}}{\text{س ب}} = \dfrac{\text{أ م}}{\text{م ب}}$

$\dfrac{٣،٨}{٤،٥} = \dfrac{\text{ص}}{٥،٥ - \text{ص}}$

٤،٥ص = ٢٠،٩ ــ ٣،٨ص

٤،٥ ص +٣،٨ص= ٢٠،٩

٨،٣ص = ٢٠،٩ ⟸ ص= ٢،٥ كم

المسافة بين المنارة ومنزل أ= ٢،٥كم

المسافة بين المنارة ومنزل ب = ٥،٥ ــ ٢،٥ =٣كم

العلاقة بين محيطي شكلين متشابهين والعلاقة بين مساحتيهما

إذا كانت نسبة التشابه لأي شكلين متشابهين هي $\dfrac{\text{أ}}{\text{ب}}$ فإن

النسبة بين المحيطين = نسبة التشابه = $\dfrac{\text{أ}}{\text{ب}}$

النسبة بين المساحتين = مربع نسبة التشابه = $(\frac{أ}{ب})^{٢}$

(١) لدينا مثلثان متشابهان بنسبة $\frac{٢}{٣}$ إذا كان محيط الأكبر ٤٥سم فأوجد محيط المثلث الأصغر

الحل **المثلثان متشابهان**

$$\frac{\text{محيط المثلث الأصغر}}{\text{محيط المثلث الأكبر}} = \frac{٢}{٣} = \text{نسبة التشابه}$$

$$\frac{\text{محيط المثلث الأصغر}}{٤٥} = \frac{٢}{٣} \Longleftarrow \text{محيط المثلث الأصغر} = \frac{٤٥ \times ٢}{٣} = ٣٠\text{سم}^{٢}$$

---

(٢) دائرتان م ، ن طول نصف قطر الأولى = ٥سم وطول نصف قطر الثانية = ٨سم أوجد النسبة بين محيطي الدائرتين والنسبة بين مساحتيهما

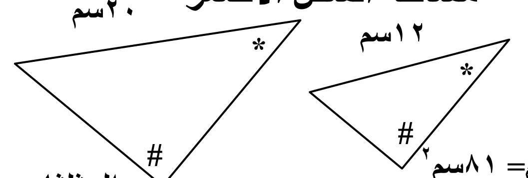
الحل ∵ الدائرتان متشابهتان

$$\frac{\text{محيط الدائرة م}}{\text{محيط الدائرة}} = \frac{نق_١}{نق_٢} = \frac{٥}{٨}$$

$$\frac{\text{مساحة الدائرة م}}{\text{مساحة الدائرة ن}} = (\frac{نق_١}{نق_٢})^{٢} = (\frac{٥}{٨})^{٢} = \frac{٢٥}{٦٤}$$

---

(٣) أوجد مساحة الشكل الأكبر بدلالة مساحة الشكل الأصغر



٢٠سم   ١٢سم

م= ٨١سم٢

∵ المثلثان متشابهان

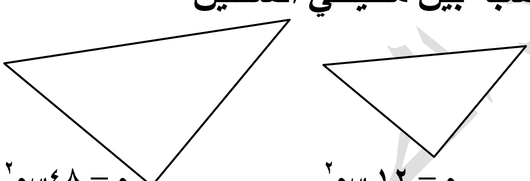
الحل

$$\frac{\text{مساحة الشكل الأصغر}}{\text{مساحة الشكل الأكبر}} = (\frac{١٢}{٢٠})^{٢} = \frac{٩}{٢٥}$$

التشابه

$$\text{مساحة الشكل الأكبر} = \frac{٨١ \times ٢٥}{٩} = ٢٢٥\text{سم}^{٢}$$

(٤) أوجد النسبة بين محيطي الشكلين



م = ٤٨سم٢   م = ١٢ سم٢

الحل

∵ المثلثان متشابهان

$$\frac{\text{مساحة الشكل الأصغر}}{\text{مساحة الشكل الأكبر}} = \text{مربع نسبة}$$

$$\frac{١٢}{٤٨} = \frac{١}{٤} = \text{مربع نسبة التشابه}$$

$$\text{نسبة التشابه} = \frac{١}{٢} = \frac{\text{محيط المثلث الأصغر}}{\text{محيط المثلث الأكبر}}$$

الوحدة الثالثة(النسبة والتناسب)

(١)اذاكان (٥س ـ ١) : (س + ٤) = ٤: ٥ أوجد س

الحل

$$\frac{\text{٥س} - \text{١}}{\text{س} + \text{٤}} = \frac{\text{٤}}{\text{٥}} \Longleftarrow \text{٢٥س} - \text{٥} = \text{٤س} + \text{١٦}$$

$$\text{٢٥س} - \text{٤س} = \text{١٦} + \text{٥} \Longleftarrow \text{٢١س} = \text{٢١} \Longleftarrow \text{س} = \text{١}$$

---

(٢)ماالعدد الذي يطرح من حدي النسبة ٢٣ : ٤٣ليكون الناتج مساويا ١ : ٣

الحل :ـ نفرض العدد س $\Longleftarrow \frac{\text{٢٣ - س}}{\text{٤٣ - س}} = \frac{\text{١}}{\text{٣}} \Longleftarrow \text{٦٩} - \text{٣س} = \text{٤٣} - \text{س}$

$$-\text{٣س} + \text{س} = \text{٤٣} - \text{٦٩} \Longleftarrow -\text{٢س} = -\text{٢٦} \Longleftarrow \text{س} = \text{١٣}$$

---

(٣)أوجد س اذا كان س : ١٠ = ١٥ : ٣٢

الحل :ـ $\frac{\text{س}}{\text{١٠}} = \frac{\text{١٥}}{\text{٣٢}} \Longleftarrow \text{س} = \frac{\text{١٥} \times \text{١٠}}{\text{٣٢}} = \frac{\text{٧٥}}{\text{١٦}}$

---

(٤) أوجد الحد الناقص في كلا ممايلي لتكون الأعداد متناسبة

(١) ٢ ،ـــــ ، ٦ ، ١٨ (٢) ٣ ، ٥ ، ـــــ ، ٢٠ (٣) ١ ، ٣ ، ٩ ، ـــــ

الحل :ـ (١) نفرض الحد الناقص س

$$\frac{\text{٢}}{\text{س}} = \frac{\text{٦}}{\text{١٨}} \Longleftarrow \text{س} = \frac{\text{٢} \times \text{١٨}}{\text{٦}} = \text{٦}$$

$$\text{(٢)} \quad \frac{\text{٣}}{\text{٥}} = \frac{\text{س}}{\text{٢٠}} \Longleftarrow \text{س} = \frac{\text{٣} \times \text{٢٠}}{\text{٥}} = \text{١٢}$$

$$\text{(٣)} \quad \frac{\text{١}}{\text{٣}} = \frac{\text{٩}}{\text{س}} \Longleftarrow \text{س} = \text{٢٧}$$

---

(٥)اذا كان $\frac{\text{أ} + \text{٢ب}}{\text{٩أ} - \text{ب}} = \frac{\text{٥}}{\text{٧}}$ **أوجد أ : ب**

الحل

$$\text{٧أ} + \text{١٤ ب} = \text{٤٥ أ} - \text{٥ب} \Longleftarrow \text{٤٥ أ} - \text{٧أ} = \text{١٤ ب} + \text{٥ب} \Longleftarrow \text{٣٨ أ} = \text{١٩ب}$$

$$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{١٩}}{\text{٣٨}} = \frac{\text{١}}{\text{٢}}$$

(٦) اذا كان أ ، ب ، جـ ، د اعدادا متناسبة أثبت ان $\frac{\text{٧أ + ٢جـ}}{\text{٧ب + ٢د}} = \frac{\text{أ - ٤جـ}}{\text{ب - ٤د}}$ حيث المقام لا يساوي صفر الحل الأعداد أ ، ب ، جـ ، د أعداد متناسبة

$$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{جـ}}{\text{د}} = \text{م} \Leftarrow \text{أ = م ب ، جـ = م د}$$

الأيمن = $\frac{\text{٧أ + ٢جـ}}{\text{٧ب + ٢د}} = \frac{\text{٧م ب + ٢م د}}{\text{٧ب + ٢د}} = \frac{\text{م}(\cancel{\text{٧ب + ٢د}})}{\cancel{\text{٧ب + ٢د}}} = \text{م}$ **(١)**

الأيسر = $\frac{\text{أ - ٤جـ}}{\text{ب - ٤د}} = \frac{\text{م ب - ٤م د}}{\text{ب - ٤د}} = \frac{\text{م}(\cancel{\text{ب - ٤د}})}{\cancel{\text{ب - ٤د}}} = \text{م}$ **(٢)**

الطرفان متساويان

---

(٧) اذا كان أ ، ب ، جـ تكون تناسبا متسلسلا اثبت ان $\frac{\text{أ +٢ب}}{\text{ب + ٢جـ}} = \frac{\text{أ - ب}}{\text{ب - جـ}}$ حيث المقام لا يساوي صفر الحل أ ، ب ، جـ في تناسب متسلسل

$\boxed{\text{الحل}}$

$$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{ب}}{\text{جـ}} = \text{م} \Leftarrow \text{أ} = \text{م}^{٢}\text{ جـ ، ب = م جـ}$$

الأيمن = $\frac{\text{أ +٢ب}}{\text{ب + ٢جـ}} = \frac{\text{م}^{٢}\text{ جـ +٢م جـ}}{\text{م جـ + ٢جـ}} = \frac{\text{م جـ(م+ ٢)}}{\text{جـ(م + ٢)}} = \text{م}$ (١)

الأيسر = $\frac{\text{أ - ب}}{\text{ب - جـ}} = \frac{\text{م}^{٢}\text{ جـ - م جـ}}{\text{م جـ - جـ}} = \frac{\text{م جـ (م - ١)}}{\text{جـ (م - ١)}} = \text{م}$ (٢) الطرفان متساويان

---

(٨) اذا كانت الأعداد أ ، ب ، جـ متناسبة مع ٣، ٥ ، ١١ فأوجد القيمة العددية للمقدار $\frac{\text{أ +٣ب}}{\text{٥ب + جـ}}$

$\boxed{\text{الحل}}$ الأعداد أ، ب ، جـ متناسبة مع ٣ ، ٥ ، ١١

$\frac{\text{أ}}{\text{٣}} = \frac{\text{ب}}{\text{٥}} = \frac{\text{جـ}}{\text{١١}} = \text{م} \Leftarrow$ أ = ٣م ، ب = ٥م ، جـ = ١١م نعوض بالمقدار

$$\frac{\text{أ +٣ب}}{\text{٥ب + جـ}} = \frac{\text{٣م + ٣ × ٥م}}{\text{٥×٥م + ١١م}} = \frac{\text{٣م +١٥م}}{\text{٢٥م + ١١م}} = \frac{\text{١٨م}}{\text{٣٦م}} = \frac{\text{١}}{\text{٢}}$$

---

(٩)اذا مارست رياضة كرة السلة لمدة ٢٠ دقيقة ، تفقد ٣٠٠ سعرة ،أكتب تناسبا تستطيع بواسطته أن تحسب عدد السعرات الحرارية التي تفقدها اذا مارست هذه الرياضة لمدة ٥٠ دقيقة

$\boxed{\text{الحل}}$

$\frac{\text{٢٠}}{\text{٥٠}} = \frac{\text{٣٠٠}}{\text{س}} \Leftarrow \text{س} = \frac{\text{٥٠×٣٠٠}}{\text{٢٠}} = \text{٧٥٠}$ سعرة

المدة	السعرات
٢٠	٣٠٠
٥٠	س

التغير الطردي

التغير الطردي هودالة خطية يمكن أن تكتب على الصورة ص = ك س ، حيث ك $\neq$ ٠ يسمى ك ثابت التغير أو معدل التغير ويمكن التعبير عن العلاقة ص = ك س على الصورة ص α س

(١) أي من المعادلات التالية تمثل تغيرا طرديا وأوجد ثابتا التغير في حالة التغير الطردي

(أ) ٧ص = ٢س

الحل ص = $\frac{٢}{٧}$ س وهي على الصورة ص = ك س

ك = $\frac{٢}{٧}$ تمثل تغير طردي

(ب) ٣س + ٤ص = ٨

٤ص = -٣س + ٨

ص = - $\frac{٣}{٤}$ س + ٢

لاتمثل تغير طردي ليست على الصورة ص = ك س

(جـ) ص + ٣س = ٢(س + ٢ص)

الحل ص + ٣س = ٢س + ٤ص

٣س – س = ٤ص - ص

٢س = ٣ص

ص = $\frac{٢}{٣}$ س تمثل تناسب طردي عل الصورة ص = ك س

ك = $\frac{٢}{٣}$

---

(٢) إذا كانت ص α س وكانت ص = ١,٥ عندما س = ١٠ أوجد قيمة ص عندما س = ١٥

$$\frac{ص_١}{ص_٢} = \frac{س_١}{س_٢} \Leftarrow \frac{١,٥}{ص_٢} = \frac{١٠}{١٥}$$

$$ص_٢ = \frac{١٥ \times ١,٥}{١٠} = ٢,٢٥$$

ص	س
١,٥	١٠
$ص_٢$	١٥

---

(٣) إذا كانت المسافة (ف) التي يقطعها شخص في رحلة تتناسب مع الزمن (ن) في حالة ثبوت السرعة وإذا كانت تلزمك ساعتان لقطع ١٠٠كم

(أ) اكتب المعادلة التي تمثل العلاقة بين المسافة والزمن

(ب) احسب المسافة التي تقطعها بعد ٣,٥ ساعات

الحل التغير طردي المسافة (ف) والزمن (ن) ف = ك ن عندما ف=١٠٠ ، ن =٢

١٠٠= ك × ٢ $\Leftarrow$ ك = ٥٠ (ثابت التغير)

(أ) المعادلة التي تمثل العلاقة بين المسافة والزمن هي ف = ٥٠ ن

(ب) المسافة المقطوعة بعد ٣,٥ساعة هي ف = ٥٠×٣,٥= ١٧٥كم

---

(٤) إذا كان المستقيم المار بالنقطتين أ ، ب يمثل تغيرا طرديا أوجد س أو ص

(١) أ (٢ ، ١) ، ب (٦ ، ص)

الحل التغير طردي

$$\frac{س_١}{س_٢} = \frac{ص_١}{ص_٢} = \frac{٢}{٦} = \frac{١}{ص}$$

$$ص = \frac{٦ \times ١}{٢} = ٣$$

(٢) أ (٨ ، ٢) ، ب (س ، ٣)

الحل

$$\frac{٨}{س} = \frac{٢}{٣}$$

$$س = \frac{٨ \times ٣}{٢} = ١٢$$

(٥) هل المستقيم الذي يمر بالنقطتين م ، ن يمثل تغيرا طرديا بين س ، ص أشرح أجابتك

(أ) م (٢ ، ٥) ، ن (٤ ، ١٠)

$\boxed{\text{الحل}}$ اذا كان المستقيم الذي يمر بالنقطتين يمثل تغير طردي فان

$$\frac{\text{س}_1}{\text{س}_2} = \frac{\text{ص}_1}{\text{ص}_2} \Leftarrow \frac{\text{س}_1}{\text{س}_2} = \frac{٢}{٤} = \frac{١}{٢}$$

$$\frac{\text{ص}_1}{\text{ص}_2} = \frac{٥}{١٠} = \frac{١}{٢}$$ تمثل تغير طردي

(ب) م (٣ ، ٤) ، ن (٦ ، ١٢)

$\boxed{\text{الحل}}$

$$\frac{\text{س}_1}{\text{س}_2} = \frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$$

$$\frac{\text{ص}_1}{\text{ص}_2} = \frac{٤}{١٢} = \frac{١}{٣}$$

$$\frac{\text{ص}_1}{\text{ص}_2} \neq \frac{\text{س}_1}{\text{س}_2}$$ لاتمثل تغير طردي

---

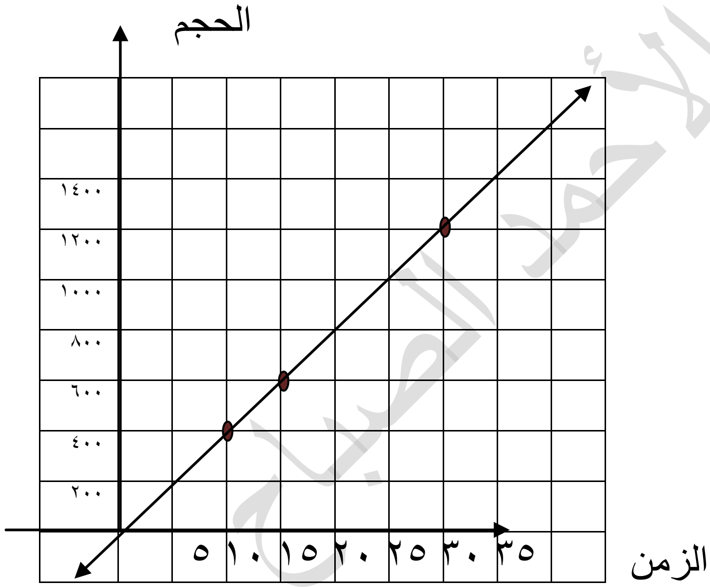
(٦) لدينا خزان ماء فارغ نريد ملأه . يبين الجدول أدناه حجم الخزان وزمن التعبئة

الحجم باللتر(ح)	٤٠٠	٦٠٠	١٢٠٠
الزمن بالدقائق (ن)	١٠	١٥	٣٠

(١) هل العلاقة بين الحجم (ح) والزمن (ن) علاقة تغير طردي فسر إجابتك

تمثل تغير طردي لأن $\frac{\text{ح}}{\text{ن}}$ = كمية ثابتة ك = ٤٠ ثابت التغير

(٢) مثل العلاقة بيانيا



---

(٧) يتغير الوزن (و) الذي يمكن أن ترفعه الرافعة طرديا مع القوة المستخدمة (ق) اذاكانت القوة ٢نيوتن هي التي تحتاج إليها لرفع صندوق وزنه ٥نيوتن فأوجد القوة (ق) التي تحتاج إليها لرفع صندوق وزنه ٤٠ نيوتن

$\boxed{\text{الحل}}$

$$\frac{\text{و}_1}{\text{و}_2} = \frac{\text{ق}_1}{\text{ق}_2} \Leftarrow \frac{٥}{٤٠} = \frac{٢}{\text{ق}_2} \Leftarrow \text{ق}_2 = ١٦ \text{ نيوتن}$$

التغير العكسي

إذا تغيرت كمية س مع تغير كمية أخري ص بحيث كان حاصل ضرب الكميتين ثابتا فإن هذا التغير يسمى تغيرا عكسيا وسمى حاصل الضرب س ص ثابت التغير ويرمز إلى ذلك

س ص = ك أو ص = $\frac{\text{ك}}{\text{س}}$ ، ك ≠ ٠ يمكن التعبير عن التغير العكسي بالصورة ص α $\frac{\text{١}}{\text{س}}$

س	٢	٣	٥	٦	١٠
ص	٣٠	٢٠	١٢	١٠	٦

بالنظر إلى الجدول أعلاه هل س × ص يعبر عن تغير عكسي ؟ اشرح أجابتك

الحل :ـ نعم عبر عن تغير عكسي لان س ×ص تمثل كمية ثابتة وهي ثابت التغير العكسى ك=٦٠

ملاحظة :ـ استخدام التناسب في التعبير عن التغير العكسي

إذا كان (س_1 ، ص_1) ، (س_2 ، ص_2) زوجين مرتبين في تغير عكسي

ص α $\frac{\text{١}}{\text{س}}$ أي ص = $\frac{\text{ك}}{\text{س}}$ فإن س_1 ص_1 = س_2 ص_2 = ك من ذلك نستنتج $\frac{\text{ص}_1}{\text{ص}_2}$ = $\frac{\text{س}_2}{\text{س}_1}$

---

(١) أوجد قيمة م لكي تمثل الأزواج التالية في كل مسألة تناسبات عكسية

(أ) (٥ ، ٨) ، (٤ ، م)

الحل :ـ التناسب عكسي $\frac{\text{س}_1}{\text{س}_2}$ = $\frac{\text{ص}_2}{\text{ص}_1}$

$\frac{\text{٥}}{\text{٤}}$ = $\frac{\text{م}}{\text{٨}}$ ⟸ م = $\frac{\text{٥}\times\text{٨}}{\text{٤}}$ = ١٠

(ب) (٤ ، ٨) ، (م ، ٢)

$\frac{\text{س}_1}{\text{س}_2}$ = $\frac{\text{ص}_2}{\text{ص}_1}$

$\frac{\text{٤}}{\text{م}}$ = $\frac{\text{٢}}{\text{٨}}$ ⟸ م = ١٦

---

(٢) في تغير عكسي ص α $\frac{\text{ك}}{\text{س}}$ اذا كانت ص = ٠,٢ عندما س = ٧٥ أوجد س عندما ص = ٣

الحل

$\frac{\text{ص}_1}{\text{ص}_2}$ = $\frac{\text{س}_2}{\text{س}_1}$ ⟸ $\frac{\text{٠،٢}}{\text{٣}}$ = $\frac{\text{س}_2}{\text{٧٥}}$ ⟸ س_2 = ٥

---

(٣)رحلة تستغرق ٣ساعات عندما تسير السيارة بسرعة ٧٥ كم / ساعة . كم تستغرق الرحلة إذا سارت السيارة بسرعة ٩٠ كم / ساعة

الحل العلاقة بين السرعة والزمن علاقة عكسية

$\frac{\text{ع}_2}{\text{ع}_1}$ = $\frac{\text{ن}_1}{\text{ن}_2}$ ⟸ $\frac{\text{٩٠}}{\text{٧٥}}$ = $\frac{\text{٣}}{\text{ن}_2}$ ⟸ ن_2 = $\frac{\text{٧٥}\times\text{٣}}{\text{٩٠}}$ = ٢،٥ساعة

(٤) إذا كان بإمكان فريق مؤلف من ٣ عمال طلا ء حائط خلال ٦ أيام فكم يوما يلزم فريق مؤلف من ١٠ عمال طلاء نفس الحائط

الحل التغير عكسي

عدد العمال	عدد الايام
٣	٦
١٠	س

$\frac{ص_{١}}{ص_{٢}} = \frac{س_{٢}}{س_{١}}$ ⇐ $\frac{٣}{١٠} = \frac{س}{٦}$

عدد الأيام س = ١،٨يوم

---

(٥) في البيانات الموجودة في كل جدول بين ما إذا كانت العلاقة بين س ، ص تمثل تغير طردي أم عكسي واوجد ثابت التغير وأكتب المعادلة التي تمثل نوع التغير

س	١٦	١	٨	١٠
ص	٠،٢	٣،٢	٠،٤	٠،٣٢

تغير عكس لان ص×س = كمية ثابتة ⇐ ك = ٣،٢ ⇐ ص×س = ٣،٢

س	٠,٣	١	٥	٣
ص	٠,٩	٣	١٥	٩

تغير طردي لأن $\frac{ص}{س}$ = كمية ثابتة ⇐ ك = ٣ ⇐ ص= ٣س

(الوحدة الخامسة)

الأنماط الرياضية والمتتاليات (المتتابعات)

المتتالية الحقيقية هي دالة حقيقية مجالها مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة أومجموعة جزئية منها مرتبة على الصورة { ١، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٠٠٠٠٠ ، م } ومجالها المقابل ح

(١)صف النمط التالي ثم أكمل بكتابة الحدود الثلاثة التالية

(أ) ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ٠٠،٠٠٠،٠٠٠

نحصل على اي حد من المتتالية بإضافة ٢للحد الذي يسبقه(٢، ٤ ، ٦ ،٨ ، ١٠، ١٢، ١٤)

(ب) ٢٤٣ ، ٨١ ، ٢٧ ، ٩ ، ٠٠٠ ، ٠٠٠

نحصل على إي حد بقسمة الحد الذي يسبقه مباشرة على٣

(٢٤٣، ٨١ ، ٢٧ ، ٩ ، ٣، ١ ، $\frac{١}{٣}$)

ملاحظة :ـ يمكن التعبير عن حدود المتتالية بكتابة حدودها ($ح_١$ ، $ح_٢$ ، $ح_٣$ ، ٠٠٠)

(٢) سقطت كرة من ارتفاع ١٠ أمتار وكانت ترتفع ٦٠ % من الارتفاع السابق في كل مرة نتيجة اصطدامها بالأرض احسب ارتفاع الكرة بعد الاصطدام الثالث

الحل ارتفاع الكرة بعد الاصتدام الأول = ٠،٦× ١٠= ٦م

ارتفاع الكرة بعد الأصتدام الثاني = ٠،٦ × ٦ = ٣،٦م

ارتفاع الكرة بعد الأصتدام الثالث = ٠،٦× ٣،٦= ٢،١٦م

المتتالية المنتهية هي متتالية يمكن حصر عدد حدودها(مجالها مجموعة جزئية من $ص_+$) والمتتالية الغير منتهية مجالها $ص_+$

(٣) لتكن الدالة ت: {١، ٢ ، ٣ ، ٤ } ⟵ ح حيث ت(ن) = $ن^٣$ + ١ بين في إذا كانت متتالية ثم أوجد حدودها

الحل ت(١) = $(١)^٣$+١ = ٢ ، ت(٢) = $(٢)^٣$ +١ =٩ ، ت(٣)= $(٣)^٣$ + ١ = ٢٨

ت(٤) =$(٤)^٣$ +١ = ٦٥ متتالية لان مجالها مجموعة جزئية من $ص_+$ ومجالها المقابل ح وهي متتالية منتهية حدودها(٢، ٩ ، ٢٨ ، ٦٥)

الصيغة الصريحة (الحد النوني للمتتالية)

أحيانا يمكنك معرفة قيمة الحد في متتالية دون الحاجة إلى معرفة الحد الذي يسبقه بدلا منه يمكنك استخدام عدد الحدود لحساب قيمة الحد الصيغة التي تعبر عن الحد النوني بدلالة ن تسمى الصيغة الصريحة

يمثل الجدول التالي أطوال إضلاع المربعات ومحيطاتها ومساحاتها

الحد	$ح_١$	$ح_٢$	$ح_٣$	$ح_٤$	$ح_٥$	$ح_٦$	$ح_٧$	$ح_٨$
طول ضلع المربع	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
المحيط	٤	٨	١٢	١٦	٢٠			
المساحة	١	٤	٩	١٦	٢٥			

الصيغة الصريحة لأطوال أضلاع المربع $ح_ن$ = ن ، الصيغة الصريحة لمحيط المربع $ح_ن$ = ٤×ن

الصيغة الصريحة لمساحة المربع $ح_ن$ = ٠٠٠٠٠٠٠ثم أكمل الجدول

(١) أكتب الصيغة الصريحة (الحد النوني)لكل متتالية ثم أوجد ح$_{١٠}$

(أ) (٠ ، ٣ ، ٨ ، ١٥ ، ٢٤ ، ٠٠٠٠٠٠)

الحل الصيغة الصريحة ح$_{ن}$ = ن^{٢}-١ ⟸ ح$_{١٠}$= (١٠)^{٢}-١=٩٩

(ب) (٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧، ٨ ، ٠٠٠٠٠٠٠)

الحل الصيغة الصريحة ح$_{ن}$ = ن + ٣ ⟸ ح$_{١٠}$ = ١٠+٣=١٣

(ج) (٤ ، ٧ ، ١٠ ، ١٣ ، ١٦ ، ٠٠٠)

الحل ح$_{ن}$ = ٣ ن + ١ ⟸ ح$_{١٠}$ = ٣×١٠ +١ =٣١

المتتالية الحسابية

تعريف : المتتالية (المتتابعة) الحسابية هي متتالية ناتج طرح كل حد من الحد الذي يليه مباشرة عددا ثابتا يسمى هذا الناتج أساس المتتالية ويرمز له بالرمز د ح$_{ن}$ ــ ح$_{ن-١}$= د

---

(١) هل المتتالية المعطاة حسابية ؟إذا كانت كذلك حدد الأساس

(أ) (١ ، ٤ ، ٩ ، ١٦ ، ٠٠٠٠) **ليست متتالية حسابية لان ح$_{ن}$ – ح$_{ن-١}$ ≠ مقدار ثابت**	**(ب) (١٠ ، ٢٠ ، ٣٠ ، ٤٠ ، ٠٠٠)** **متتالية حسابية ح$_{ن}$-ح$_{ن-١}$ = مقدار ثابت** **= ١٠**
(ج) (ــ ٢١ ، ــ ١٨ ، ــ ١٥ ، ــ ١٢ ، ٠٠٠) حسابية ح$_{ن}$- ح$_{ن-١}$ = ٣	**(د) (١٠٠ ، ١٠ ، ١ ، ٠,١ ، ٠٠٠٠)** ليست حسابية لان **ح$_{ن}$ – ح$_{ن-١}$ ≠ مقدار ثابت**

---

(٢) إذا كان ح$_{١}$= ٤ ، د = ــ ٣ في متتالية حسابية أكتب الحدود الستة الأولى منها

الحل ح$_{١}$= ٤ ، ح$_{٢}$ = ٤+(-٣) =١ ، ح$_{٣}$= ١+(-٣)= -٢ ،ح$_{٤}$= -٢ +(-٣)= -٥

ح$_{٥}$ = -٥ +(-٣) =-٨ ، ح$_{٦}$ = -٨ +(-٣) = -١١

الحد النوني للمتتالية الحسابية ح$_{ن}$= ح$_{١}$ + (ن ــ ١) د لكل ن ∈ ص$_{+}$ حيث ح$_{١}$ الحد الأول ، د أساس المتتالية

إذا كان الحد المعروف ح$_{ك}$ فإن ح$_{ك}$ = ح$_{١}$ + (ك ــ ١) د : ك ∈ ص$_{+}$

ومنه يكون ح$_{ن}$ ــ ح$_{ك}$ = (ن ــ ك) د ، ح$_{ن}$ = ح$_{ك}$ + (ن ــ ك) د ، د = $\frac{ح_{ن} - ح_{ك}}{ن - ك}$ ، ن ≠ ك

(٣) في المتتالية الحسابية ح$_{١}$ = ٤ ، د = ٣ أوجد ح $_{١٢}$

الحل ح$_{١٢}$ = ح$_{١}$ + ١١د = ٤ + ١١× ٣= ٣٧

---

(٤) في المتتالية (ح $_{ن}$) حيث ح$_{ن}$ = ٣ن+ ٥ لكل ن ∈ ص$_{+}$ أثبت أن المتتالية حسابية

الحل ح$_{ن}$ = ٣ن + ٥ ، ح$_{ن-١}$= ٣(ن- ١) + ٥=٣ن-٣+٥ = ٣ن+٢

ح$_{ن}$ – ح$_{ن-١}$= ٣ن +٥ – (٣ن+٢) = ٣ن +٥ -٣ن-٢=٣ عدد ثابت متتالية حسابية

(٥) في كل متتالية حسابية مما يلي أوجد الحد الثاني والثلاثون

(أ) (٣٤ ، ٣٧ ، ٤٠ ، ٤٣ ، ٠٠٠٠٠)

الحل $ح_{٣٢}$ = $ح_{١}$ + ٣١ د ، د = ٣٧ - ٣٤ = ٣

= ٣٤ + ٣١ × ٣ = ١٢٧

(ب) (٢١٣ ، ٢٠١ ، ١٨٩ ، ١٧٧ ، ٠٠٠٠)

الحل $ح_{٣٢}$ = $ح_{١}$ + ٣١ د ، د = ٢٠١ - ٢١٣ = - ١٢

= ٢١٣ + ٣١ × -١٢ = - ١٥٩

---

(٦) إذا كان الحد الثاني من متتالية حسابية يساوي ٩ والحد السادس يساوي ـ ٣ ، فأوجد أساس المتتالية ثم أوجد المتتالية الحسابية مكتفيا بالأربعة حدود الأولى منها

الحل $ح_{٢}$ = ٩ ⟸ $ح_{١}$ + د = ٩ (١)

$ح_{٦}$ = -٣ ⟸ $ح_{١}$ + ٥د = -٣ (٢)

بالطرح -٤د = ١٢

د = -٣ نعوض في(١) $ح_{١}$ = ٩ + ٣ = ١٢

المتتالية هي(١٢ ، ٩ ، ٦ ، ٣ ، ٠٠٠)

حل أخر د = $\frac{ح_{ن} - ح_{ك}}{ن - ك}$ ⟸ د = $\frac{ح_{٦} - ح_{٢}}{٦ - ٢}$

$\frac{-٣ - ٩}{٦ - ٢}$ = -٣ ، الحد الثاني ٩

الحد الأول = ٩ - (-٣) = ١٢

الحد الثالث = ٩ + (-٣) = ٦

المتتالية هي (١٢ ، ٩ ، ٦ ، ٣ ، ٠٠٠)

---

(٧) في كل متتالية حسابية أوجد الحد الأول $ح_{١}$ والأساس د إذا كان

(أ) $ح_{٣}$ = ٥ ، $ح_{٥}$ = ١١ الحل

$ح_{٣}$ = ٥ ⟸ $ح_{١}$ + ٢د = ٥ (١)

$ح_{٥}$ = ١١ ⟸ $ح_{١}$ + ٤د = ١١ (٢)

بالطرح ١من ٢ ٢د = ٦

د = ٣ نعوض في (١) نحصل على $ح_{١}$ = -١

(ب) $ح_{١٠}$ = ١٧ ، $ح_{١٦}$ = ٣٥ الحل

$ح_{١٠}$ = ١٧ ⟸ $ح_{١}$ + ٩د = ١٧ (١)

$ح_{١٦}$ = ٣٥ ⟸ $ح_{١}$ + ١٥د = ٣٥ (٢)

بالطرح ١من ٢ ⟸ ٦د = ١٨

د = ٣ نعوض في (١) نحصل على $ح_{١}$ + ٩×٣ = ١٧ ⟸ $ح_{١}$ = ١٧ - ٢٧ = -١٠

---

(٨) في المتتالية الحسابية (٢ ، ٥ ، ٨ ، ١١ ، ٠٠٠٠٠) أوجد رتبة الحد الذي قيمته ٧١

الحل $ح_{١}$ = ٢ ، د = ٥ - ٢ = ٣ ، $ح_{ن}$ = ٧١

$ح_{ن}$ = $ح_{١}$ + (ن – ١) × د ⟸ ٧١ = ٢ + (ن – ١) × ٣

٧١ = ٢ + ٣ن - ٣ ⟸ ٧١ = ٣ن - ١

٧١ + ١ = ٣ن ⟸ ٧٢ = ٣ن

ن = ٢٤ الحد الرابع والعشرون

الأوساط الحسابية

إذا كونت أ ، ب ، جـ متتالية حسابية حيث أ ، ب ، جـ هي عناصر من ح تسمى ب وسط حسابي للعددين أ ، جـ ، ب = $\frac{\text{أ} + \text{جـ}}{٢}$

---

(١) أوجد قيمة ص من المتتالية الحسابية (٤٣ ، ص ، ٥٧)

$\boxed{\text{الحل}}$ متتالية حسابية ص وسط حسابي = $\frac{٤٣ + ٥٧}{٢}$ = ٥٠

إذا كانت (أ ، ب ، جـ ، د ، ..... ، ف ، ص) متتالية حسابية فإن ب ، جـ ، ... ، ف أوساطا حسابية للعددين أ ، ص وتسمى عملية إيجاد الأوساط الحسابية إدخال أوساط حسابية بين العددين أ ، ص وعدد الحدود = عدد الأوساط +٢

---

(٢) أدخل خمسة أوساط حسابية بين ١٣ ، ١

$\boxed{\text{الحل}}$ عدد الأوساط الحسابية =٥

عدد الحدود = ٥+٢=٧

$ح_{١}$= ١٣ ، $ح_{٧}$= ١

$ح_{٧}$ = $ح_{١}$ + ٦د

١= ١٣ +٦د

١-١٣ = ٦د ⟸ ٦د= -١٢

د= -٢

الأوساط الحسابية هي

(١١ ، ٩ ، ٧ ، ٥ ، ٣)

---

(٢) أوجد الوسط الحسابي في كلا مما يأتي

(أ) $ح_{ن-١}$ = ٧ ، $ح_{ن+١}$ = ١

$\boxed{\text{الحل}}$ الوسط الحسابي هو $ح_{ن}$

$ح_{ن}$ = $\frac{ح_{ن-١} + ح_{ن+١}}{٢}$ = $\frac{٧+١}{٢}$ = ٤

(ب) $ح_{ن-١}$ = $\frac{٣}{٥}$ ، $ح_{ن+١}$ = ١

الحل $ح_{ن}$ = $\frac{ح_{ن-١} + ح_{ن+١}}{٢}$ = $\frac{\frac{٣}{٥} + ١}{٢}$ = $\frac{٤}{٥}$

مجموع ن حدا الأولى من حدود متتالية حسابية

مجموع ن حدا الأولى من حدود متتالية حسابية (ح $_{ن}$) يعطى بالقاعدة

$$جـ_{ن} = \frac{ن}{٢}\,(ح_{١} + ح_{ن}) \quad \text{أو} \quad جـ_{ن} = \frac{ن}{٢}\,(٢ح_{١} + (ن - ١)\,د)$$ **حيث $ح_{ن}$ هو**

الحد الذي ترتيبه ن من المتتالية الحسابية وحدها الأول $ح_{١}$

---

(١) أوجد مجموع الحدود العشرة الأولى من المتتالية الحسابية التي حدها الأول ـ ١٢ ، وحدها العاشر ٢٤ $\boxed{\text{الحل}}$ ن = ١٠ ، $ح_{١}$ = -١٢ ، $ح_{١٠}$ = ٢٤

$$جـ_{ن} = \frac{ن}{٢}\,(ح_{١} + ح_{ن}) \qquad جـ_{١٠} = \frac{١٠}{٢}\,(-١٢ + ٢٤) = ٦٠$$

---

(٢) متتالية حسابية حدها الأول ـ ٧ ، وأساسها ٤ ، أوجد مجموع أول خمسة وعشرين حدا منها $\boxed{\text{الحل}}$ $ح_{١}$ = -٧ ، د = ٤ ، ن = ٢٥

$$جـ_{٢٥} = \frac{٢٥}{٢}\,(٢ح_{١} + ٢٤\,د) = \frac{٢٥}{٢}\,(٢ \times -٧ + ٢٤ \times ٤) = ١٠٢٥$$

---

(٣) كم حدا يلزم أخذها من المتتالية الحسابية التي حدها الأول ٥ وأساسها ٣ أبتداءا من الحد الأول ليكون المجموع ٩٤٨ $\boxed{\text{الحل}}$

$ح_{١}$ = ٥ ، د = ٣ ، $جـ_{ن}$ = ٩٤٨

$$جـ_{ن} = \frac{ن}{٢}\,(٢ \times ح_{١} + (ن - ١)\,د)$$

$$٩٤٨ = \frac{ن}{٢}\,(٢ \times ٥ + (ن - ١) \times ٣)$$

١٨٩٦ = ن(١٠ + ٣ن - ٣)

١٨٩٦ = ٣$ن^{٢}$ + ٧ن

٣$ن^{٢}$ + ٧ن ـ ١٨٩٦ = ٠ **بالتحليل**

(ن - ٢٤)(٣ن + ٧٩) = ٠

ن = ٢٤ أو ن = $-\frac{٧٩}{٣}$ **مرفوض** $\boxed{\text{تذكر أن ن} \in ص_{+}}$

عدد الحدود = ٢٤ حدا

المتتالية الهندسية

هي متتالية ناتج قسمة أي حد فيها على الحد السابق مباشرة يساوي عددا حقيقيا ثابتا غير صفري

$$\frac{ح_{ن+١}}{ح_{ن}} = ر \qquad \text{حيث } ح_{ن} \neq ٠$$

لكل ن $\in$ ص $_{+}$ ، ر عدد حقيقي ثابت يسمى أساس المتتالية

(١) أثبت أن المتتالية ($ح_{ن}$) حيث $ح_{ن} = (٢)^{ن}$

الحل $ح_{ن+١} = (٢)^{ن+١}$

$$\frac{ح_{ن+١}}{ح_{ن}} = \frac{(٢)^{ن+١}}{(٢)^{ن}} = ٢$$ **عدد ثابت المتتالية هندسية**

الحد النوني للمتتالية الهندسية

إذا كانت ($ح_{ن}$) متتالية هندسية أساسها =ر فإن $ح_{ن} = ح_{١} \times ر^{ن-١}$

إذا كان الحد المعروف $ح_{ك}$ فإن $ح_{ك} = ح_{١} \times ر^{ك-١}$ ومنه يكون $ح_{ن} \div ح_{ك} = ر^{ن-ك}$ ويكون

$ح_{ن} = ح_{ك} \times ر^{ن-ك}$

---

(٢) اكتب الحدود الأربعة الأولى من المتتالية الهندسية التي حدها الأول ٥ وأساسها ــ ٣

الحل $ح_{١} = ٥$ ، ر = -٣ ⟸ $ح_{٢} = ح_{١} \times ر = ٥ \times -٣ = -١٥$

$ح_{٣} = ح_{١} \times ر^{٢} = ٥ \times (-٣)^{٢} = ٤٥$ ، $ح_{٤} = ح_{١} \times ر^{٣} = ٥ \times (-٣)^{٣} = ١٣٥$

---

(٣) متتالية هندسية حدها الأول ٢٧ وحدها الخامس $\frac{١}{٣}$ اكتب المتتالية مكتفيا بالحدود الخمسة الأولى منها الحل

$ح_{١} = ٢٧$ ، $ح_{٥} = ح_{١} \times ر^{٤}$ ⟸ $\frac{١}{٣} = ٢٧ \times ر^{٤}$ ⟸ $ر^{٤} = ٨١$ ⟸ ر =٣

المتتالية هي (٢٧ ، ٢٧×٣ ، ٢٧ × $(٣)^{٢}$ ، ٢٧× $(٣)^{٣}$ ، ٢٧ × $(٣)^{٤}$ ، ٠٠٠٠٠٠)

(٢٧ ، ٨١ ، ٢٤٣ ، ٧٢٩ ، ٢١٨٧ ، ٠٠٠٠٠)

---

(٤) متتالية هندسية مجموع حديها الأول والثاني يساوي ٢ ومجموع حديها الثالث والرابع يساوي ي ٨أوجد الحد الأول والحد الخامس منها

الحل **$ح_{١} + ح_{٢} = ٢$ ⟸ $ح_{١} + ح_{١} \times ر = ٢$ ⟸ $ح_{١}(١+ر) = ٢$ (١)**

$ح_{٣} + ح_{٤} = ٨$ ⟸ $ح_{١} \times ر^{٢} + ح_{١} \times ر^{٣} = ٨$ ⟸ $ح_{١} \times ر^{٢}(١+ر) = ٨$ (٢)

بقسمة (٢) على(١) $ر^{٢} = ٤$ ⟸ ر = ٢ نعوض في ١ $ح_{١} = \frac{٢}{٣}$

$$ح_{٥} = ح_{١}(ر)^{٤} = \frac{٢}{٣} \times (٢)^{٤} = \frac{٣٢}{٣}$$

الأوساط الهندسية إذا كونت أ ، ب ، جـ متتالية هندسية حيث أ ، ب ، جـ أعداد حقيقية غير صفرية وحيث أ جـ > ٠ فأن $\frac{ب}{أ} = \frac{جـ}{ب}$ ومنه $ب^{٢} = أ جـ$ ويكون ب = $\pm\sqrt{أ جـ}$
تسمى ب وسطا هندسيا بين العددين أ ، جـ أي أن $\sqrt{أ جـ}$ ، $-\sqrt{أ جـ}$ وسطا هندسيا بين العددين أ ، جـ

(٥)أوجد وسطا هندسيا بين العددين في كلا مما يلي

(أ) ـ ٣ ، ـ ٧٢ الحل

الوسط الهندسي = ± $\sqrt{-٣ \times -٢٧}$

= ± $\sqrt{٨١}$ = ± ٩

(ب) ٢٠ ، ٨٠

الحل الوسط الهندسي = ± $\sqrt{٢٠ \times ٨٠}$

= ± $\sqrt{١٦٠٠}$ = ±٤٠

---

(٦)أدخل ثمانية أوساط هندسية بين ٢ ، ١٠٢٤

الحل عدد الأوساط الهندسية =٨ كون عدد الحدود = ١٠

$ح_١$ =٢ ، $ح_{١٠}$ = ١٠٢٤ ، $ح_{١٠}$ = $ح_١ \times ر^٩$

١٠٢٤ = ٢ $\times ر^٩$ ⟸ ٥١٢= $ر^٩$ ⟸ ر=٢

٥١٢	٢
٢٥٦	٢
١٢٨	٢
٦٤	٢
٣٢	٢
١٦	٢
٨	٢
٤	٢
٢	٢

مجموع ن حدا الأولى من متتالية هندسية

مجموع ن حدا من متتالية هندسية يعطى بالقانون $جـ_ن = ح_١ \frac{١ - ر^ن}{١ - ر}$ ، ر ≠ ١

وإذا كانت ر = ١ فإن $جـ_ن$ = ن $ح_١$

---

(١) أوجد مجموع الحدود الثمانية الأولى من المتتالية الهندسية (٣ ، ٩ ، ٢٧ ، .....)

الحل

ن = ٨ ، $ح_١$ = ٣ ، ر = $\frac{٩}{٣}$ = ٣

$جـ_٨ = ح_١ \times \frac{١ - ر^ن}{١ - ر} = ٣ \times \frac{١ - (٣)^٨}{١ - ٣} = ٩٨٤٠$

---

(٢) أوجد مجموع الحدود العشرة الأولى من المتتالية الهندسية (٤ ، ... ، ١ ، ..... ، $\frac{١}{٤}$ ، ..)

الحل نوجد الحد الثاني وهو وسط هندسي بين ٤ ، ١ = ± $\sqrt{٤ \times ١}$ = ± ٢

القيمة السالبة هنا مرفوضة فيكون الحد الثاني =٢ ومنها ر = $\frac{٢}{٤} = \frac{١}{٢}$

$جـ_{١٠} = ح_١ \times \frac{١ - (ر)^{١٠}}{١ - ر} = ٤ \times \frac{١ - (\frac{١}{٢})^{١٠}}{١ - \frac{١}{٢}} = \frac{١٠٢٣}{١٢٨}$

(٣) متتالية هندسية حدها الأول = ٣ وأساسها = ٢ أوجد مجموع الستة حدود الأولى منها

الحل

$$\text{جـ}_{١٦} = \text{ح}_{١} \times \frac{١ - \text{ر}^{١٦}}{١ - \text{ر}} = ٣ \times \frac{١ - (٢)^{١٦}}{١ - ٢} = ١٩٦٦٠٥$$

معلومات عامة

رمز المجموع

الرمز $\sum_{\text{ن} = ١}^{\text{ك}} \text{ب}_{\text{ن}}$ **يقرأ مجموع الأعداد من ن = ١ إلى ن = ك**

(١) أوجد قيمة $\sum_{\text{ن} = ١}^{٨٠} ٣\text{ن}$ **الحل** $٣ \sum_{\text{ن} = ١}^{٨٠} (١ + ٢ + ٣ + ٤ + \cdots\cdots + ٨٠)$

نلاحظ أن (١، ٢ ، ٣ ، ٠٠٠٠٠٠ ، ٨٠)هي متتالية حسابية حدها الأول ١ واساسها ١ وحدها الأخير ٨٠ وعدد حدودها ٨٠حدا

$$\sum_{\text{ن} = ١}^{٨٠} ٣\text{ن} = ٣ \times \text{جـ}_{٨٠} = ٣ \times \frac{٨٠}{٢}(\text{ح}_{١} + \text{ح}_{٨٠}) = ٣ \times \frac{٨٠}{٢}(١ + ٨٠) = ٩٧٢٠$$

ملحوظة يمكن إيجاد المجموع باستخدام الآلة الحاسبة